

SUPPORT DE COURS

---

# Généralités sur les fonctions

1<sup>ère</sup> BAC sciences expérimentales

---

Enseignant

**Dr : CHOKRI NOUAR**

[www.chokrinouar.com](http://www.chokrinouar.com)

# Table des matières

---

|          |                                                         |          |
|----------|---------------------------------------------------------|----------|
| <b>2</b> | <b>Généralités sur les fonctions numériques</b>         | <b>3</b> |
| 2.1      | Premiers concepts                                       | 3        |
| 2.1.1    | Notion d'une fonction numérique d'une variable réelle   | 3        |
| 2.1.2    | Domaine de définition d'une fonction numérique          | 4        |
| 2.1.3    | Courbe représentative d'une fonction numérique          | 4        |
| 2.1.4    | Sens de variations d'une fonction numérique             | 6        |
| 2.1.5    | Extremums d'une fonction numérique sur un intervalle    | 7        |
| 2.1.6    | Fonction minorée - majorée - bornée                     | 8        |
| 2.1.7    | Fonction paire / Fonction impaire / Fonction périodique | 9        |
| 2.1.8    | Comparaison de deux fonctions numériques                | 11       |
| 2.1.9    | Image direct d'un intervalle par une fonction numérique | 13       |
| 2.2      | Composition de fonctions numériques                     | 14       |
| 2.2.1    | Composée de deux fonctions numériques                   | 14       |
| 2.2.2    | Composition et monotonie                                | 14       |
| 2.3      | Représentation graphique de fonctions de référence      | 15       |
| 2.3.1    | La fonction $x \mapsto \sqrt{x+a}$                      | 15       |
| 2.3.2    | La fonction $x \mapsto ax^3$                            | 16       |
| 2.3.3    | la fonction partie entière $x \mapsto E(x)$             | 18       |
| 2.3.4    | La fonction associée $f+k$                              | 19       |
| 2.3.5    | La fonction associée $kf$                               | 20       |

# Généralités sur les fonctions numériques

## 2.1 Premiers concepts

### 2.1.1 Notion d'une fonction numérique d'une variable réelle

**Définition 2.1.** Soit  $E$  une partie de l'ensemble  $\mathbb{R}$ . Définir une fonction numérique (d'une variable réelle), c'est associer à chaque nombre réel  $x$  de  $E$ , au plus (un ou zéro) un nombre réel  $y$  de  $\mathbb{R}$ , et on note :

$$\begin{aligned} f : E &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto y \end{aligned}$$

1. Le nombre réel  $y$  est appelé l'image de  $x$  par la fonction  $f$ , et on note  $y = f(x)$ .
2. Le nombre réel  $x$  est appelé un antécédent de  $y$  par la fonction  $f$ .

**Remarque.** On peut définir une fonction numérique d'une variable réelle de plusieurs manières :

- ◇ Par un tableau de valeurs.
- ◇ Par une formule ou une expression.
- ◇ Par une représentation graphique.

**Exemple 2.1.** 1. Soit  $f$  la fonction numérique définie par le tableau de valeurs suivants :

|            |    |     |            |    |   |
|------------|----|-----|------------|----|---|
| $x$        | -5 | -3  | 0,19       | 2  | 8 |
| $y = f(x)$ | 7  | 0,1 | $\sqrt{2}$ | -6 | 7 |

- On a :  $f(-5) = 7$  ;  $f(0,19) = \sqrt{2}$  et  $f(-3) = 0,1$ .
- On remarque que 7 possède deux antécédents : -5 et 8.

2. Soit  $f$  la fonction numérique définie par :  $f(x) = 1 - \frac{2}{x}$

- On a :  $f(1) = -1, f\left(\frac{1}{3}\right) = -5$  et  $f(-4) = \frac{3}{2}$ .
- Déterminer les antécédents de 2, revient à résoudre l'équation  $f(x) = 2$  : On a :  
 $f(x) = 2 \iff 1 - \frac{2}{x} = 2 \iff x = -2$ . Ainsi, 2 possède un seul antécédent -2 .
- On remarque que l'élément 0 n'a pas d'image par  $f$ .

### 2.1.2 Domaine de définition d'une fonction numérique

**Définition 2.2.** Soit  $f : E \longrightarrow \mathbb{R}$  une fonction numérique de la variable réelle  $x$ . Les nombres réels  $x$  de  $E$  admettant une image par  $f$ , forment un ensemble appelé le domaine de définition de la fonction  $f$ , que l'on note  $D_f$  :

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / f(x) \in \mathbb{R}\} = \{x \in \mathbb{R} / f(x) \text{ existe} \}$$

**Remarque.** Pour étudier une fonction numérique, il est faut déterminer d'abord son domaine de définition : Une expression dans un dénominateur doit être différente de zéro. Une expression sous la racine carrée doit être positive ou nulle. Le domaine de définition d'une fonction polynomiale est l'ensemble  $\mathbb{R}$ .

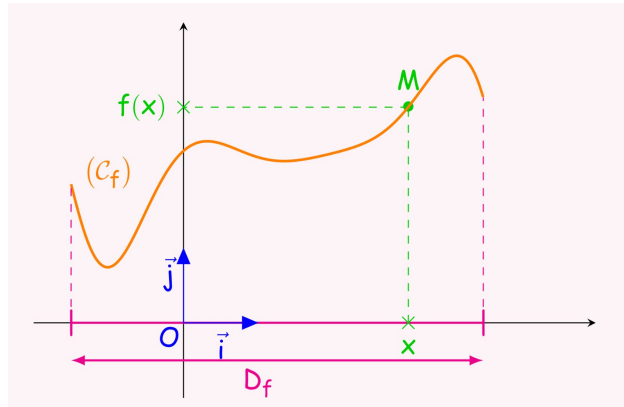
**Exercice 2.1.** Dans chacun des cas suivants, déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$  :

1.  $f(x) = x^2 - 5x + 1$ .
2.  $f(x) = \frac{x+3}{x-7}$ .
3.  $f(x) = \sqrt{2x+3}$ .
4.  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$ .

### 2.1.3 Courbe représentative d'une fonction numérique

**Définition 2.3.** Dans un repère du plan, la courbe représentative, notée  $(\mathcal{C}_f)$ , d'une fonction numérique  $f$  est l'ensemble des points  $M(x; y)$  tels que :  $x \in D_f$  et  $y$  est l'image de  $x$  par  $f$ .

$$(\mathcal{C}_f) = \{M(x; y) / x \in D_f \text{ et } y = f(x)\} = \{M(x; f(x)) / x \in D_f\}$$



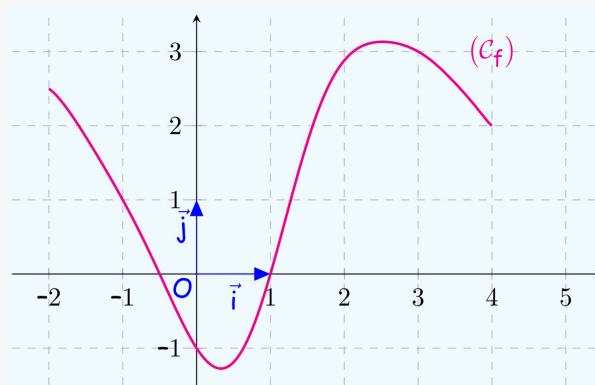
**Exercice 2.2.** Sur le graphique ci-contre on donne, dans un repère orthonormé d'unité 1 cm, la courbe représentative, notée  $(C_f)$ , d'une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $I = [2; 4]$  :

1. Les points suivants appartiennent-ils à la courbe de  $(C_f)$  ?

$$A(0; -1), \quad B(2; 0), \quad C(-3; 6) \text{ et } D(3; 3).$$

2. Quelle est l'ordonnée du point d'abscisse -1 ? 4 ?
3. Quelles sont les abscisses des points de la courbe d'ordonnée 0 ?
4. l'équation  $f(x) = 4$  admet-elle une solution dans  $I$  ?

Dans tout ce qui suit,  $D_f$  désigne domaine de définition d'une fonction numérique  $f$ .



### 2.1.4 Sens de variations d'une fonction numérique

**Définition 2.4.** Soit  $f$  une fonction numérique,  $I$  un intervalle inclus dans  $D_f$ .

1. On dit que  $f$  est croissante sur  $I$  si pour tous  $x_1$  et  $x_2$  de  $I$  tels que  $x_1 \leq x_2$ , on a  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .

$$\left( \forall (x_1 ; x_2) \in I^2 \right) \quad x_1 \leq x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2)$$

2. On dit que  $f$  est décroissante sur  $I$  si pour tous  $x_1$  et  $x_2$  de  $I$  tels que  $x_1 \leq x_2$ , alors  $f(x_1) \geq f(x_2)$ .

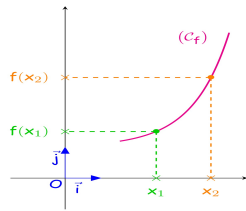
$$\left( \forall (x_1 ; x_2) \in I^2 \right) \quad x_1 \leq x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$$

3. On dit que  $f$  est constante sur  $I$  si pour tous  $x_1$  et  $x_2$  de  $I$ , alors  $f(x_1) = f(x_2)$ .

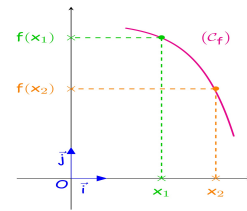
$$\left( \forall (x_1 ; x_2) \in I^2 \right) \quad f(x_1) = f(x_2)$$

**Remarque.**

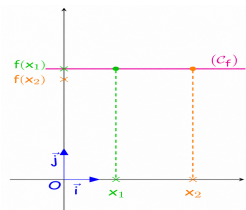
- ◇ On dit que  $f$  est strictement croissante sur  $I$ , si :  $(\forall (x_1; x_2) \in I^2) \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$ .
- ◇ On dit que  $f$  est strictement décroissante sur  $I$ , si :  $(\forall (x_1; x_2) \in I^2) \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$ .



$f$  est strictement croissante sur l'intervalle  $I$ .



$f$  est strictement décroissante sur l'intervalle  $I$ .



$f$  est constante sur l'intervalle  $I$ .

**Exercice 2.3.** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -2x^2$

1. Montrer que  $f$  est décroissante sur l'intervalle  $I = [0; +\infty[$ .
2. Montrer que  $f$  est croissante sur l'intervalle  $J = ]-\infty; 0[$ .

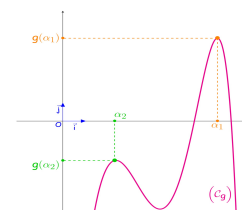
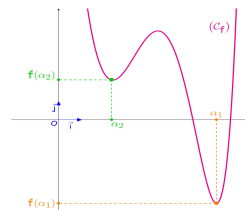
### 2.1.5 Extremums d'une fonction numérique sur un intervalle

**Définition 2.5.** Soit  $f$  une fonction numérique,  $I$  un intervalle inclus dans  $D_f$  et  $\alpha$  un élément de  $I$ .

1. On dit que  $f$  atteint son minimum sur  $I$  en  $\alpha$ , si pour tout  $x$  de  $I$  :  $f(\alpha) \leq f(x)$  dans ce cas, le minimum de  $f$  sur  $I$  vaut  $f(\alpha)$ , et on écrit :  $f(\alpha) = \min_{x \in I} (f(x))$ .
2. On dit que  $f$  atteint son maximum sur  $I$  en  $\alpha$ , si pour tout  $x$  de  $I$  :  $f(x) \leq f(\alpha)$  dans ce cas, le maximum de  $f$  sur  $I$  vaut  $f(\alpha)$ , et on écrit :  $f(\alpha) = \max_{x \in I} (f(x))$ .

**Remarque.**

- ◇ Lorsque l'intervalle  $I$  est égal à l'ensemble de définition de  $f$ , on parle de minimum global de  $f$ , ou de maximum global selon le cas. Lorsque l'intervalle  $I$  est strictement inclus dans l'ensemble de définition de  $f$ , on parle de minimum local de  $f$ , ou de maximum local.
- ◇ Le terme extremum recouvre toutes les notions ci-dessus.



- $f(\alpha_1)$  est le minimum global de la fonction  $f$ .
- $f(\alpha_2)$  est le minimum local de la fonction  $f$ .
- $g(\alpha_1)$  est le maximum global de la fonction  $g$ .
- $g(\alpha_2)$  est le maximum local de la fonction  $g$ .

**Exercice 2.4.** 1. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (x+1)^2$ . Montrer que  $f$  admet un minimum en -1 sur  $\mathbb{R}$ .

2. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ . Montrer que 5 est une valeur maximale de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Remarque.** On peut voir sur le tableau de variations ou le graphe d'une fonction  $f$  définie sur  $[a; b]$  que :

- ◇ Si  $f$  est croissante sur  $[a; \alpha]$  et est décroissante sur  $[\alpha; b]$ , alors  $f$  atteint son maximum en  $\alpha$ .
- ◇ Si  $f$  est décroissante sur  $[a; \alpha]$  et est croissante sur  $[\alpha; b]$ , alors  $f$  atteint son minimum en  $\alpha$ .

**Exercice 2.5.** On donne le tableau des variations, ci-dessous, d'une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  :

| $x$    | $-\infty$ | $-2$ | $5$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|------|-----|-----------|
| $f(x)$ | $+\infty$ | $-1$ | $3$ | $-\infty$ |

1. La fonction  $f$  admet-elle un extremum sur les intervalles  $] -\infty; 5]$  et  $[-2; +\infty[$  ?
2. La fonction  $f$  admet-elle un extremum global ou minimal sur  $\mathbb{R}$  ?

### 2.1.6 Fonction minorée - majorée - bornée

**Définition 2.6.** Soit  $f$  une fonction numérique,  $I$  un intervalle inclus dans  $D_f$ .

1. On dit que  $f$  est majorée sur  $I$  si :

$$(\exists M \in \mathbb{R})(\forall x \in I) \quad f(x) \leq M$$

2. On dit que  $f$  est minorée sur  $I$  si :

$$(\exists m \in \mathbb{R})(\forall x \in I) \quad m \leq f(x)$$

3. On dit que  $f$  est bornée sur  $I$  si elle est majorée et minorée.

**Exercice 2.6.** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{2x^2 + 3}{x^2 + 1}$

1. Montrer que  $f$  est minorée sur  $\mathbb{R}$  par 2 .
2. Montrer que  $f$  est majorée par 3 .
3. En déduire que  $f$  est bornée sur  $\mathbb{R}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Une fonction  $f$  est bornée sur un intervalle  $I$  s'il existe un réel  $k$  tel que :

$$(\forall x \in I) \quad |f(x)| \leq k$$

**Exercice 2.7.** Soit  $f$  la fonction numérique définie par :  $f(x) = \cos(x) - \sin(x)$  Montrer que  $f$  est bornée sur  $\mathbb{R}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

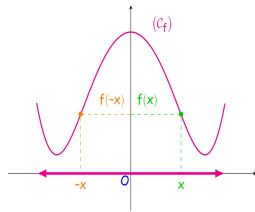
### 2.1.7 Fonction paire / Fonction impaire / Fonction périodique

**Définition 2.7.** Soit  $f$  une fonction numérique d'une variable réelle dont l'ensemble de définition  $D_f$  est symétrique par rapport à 0 .

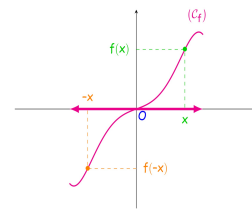
1. On dit que  $f$  est paire si :  $(\forall x \in D_f) f(-x) = f(x)$ .
2. On dit que  $f$  est impaire si :  $(\forall x \in D_f) f(-x) = -f(x)$ .

**Remarque.**

- ◇  $D_f$  est symétrique par rapport à 0 signifie que :  $(\forall x \in D_f) -x \in D_f$ .
- ◇ Graphiquement, Dans un repère orthogonal on a :
- ◇ La courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- ◇ La courbe représentative d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère.
- $f$  est une fonction paire. -  $f$  est une fonction impaire.



-  $f$  est une fonction **paire**



-  $f$  est une fonction **impaire**

**Exercice 2.8.** 1. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 3x^5 - x - 1$ . Montrer que  $f$  est une fonction impaire.

2. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$  par :  $f(x) = \frac{x^2}{1 - x^2}$ . Montrer que  $f$  est une fonction paire.

3. La fonction  $f : x \mapsto \frac{1 - \sqrt{x}}{x}$  est-elle paire ? impaire ?

.....

.....

.....

.....

.....

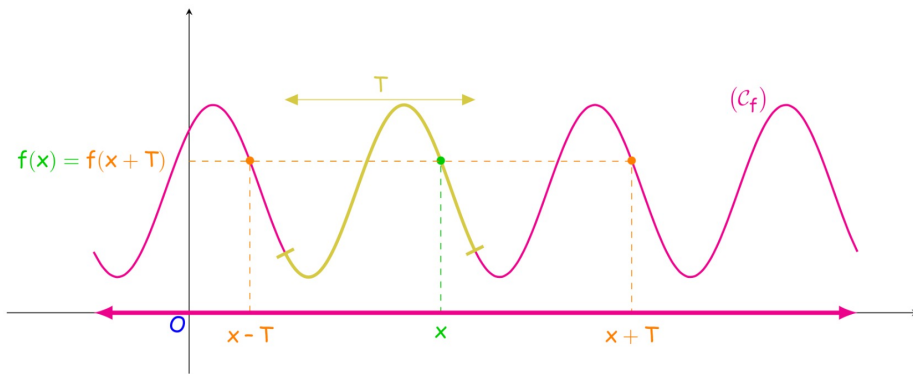
.....

.....

**Définition 2.8.** Une fonction numérique  $f$  est dite périodique s'il existe un réel  $T$  strictement positif tel que :

1.  $(\forall x \in D_f) x + T \in D_f$  ( ou  $x - T \in D_f$  ).
  2.  $(\forall x \in D_f) f(x + T) = f(x)$  ( ou  $f(x - T) = f(x)$  ).
- Le réel  $T$  est appelé un période de la fonction  $f$ .

**Remarque.** Graphiquement, pour tracer la courbe représentative d'une fonction numérique  $T$ -périodique, il suffit de la connaître sur un intervalle de longueur  $T$ .



- Exercice 2.9.** 1. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \sin(3x + 2)$ . Montrer que  $f$  est  $\frac{8\pi}{3}$ -périodique.
2. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \cos(x) - \sin(x) + 2$ . Montrer que  $f$  est  $2\pi$ -périodique et qu'elle est  $-4\pi$ -périodique.

**Propriété 2.1.** Soit  $k$  un nombre entier relatif. Si une fonction numérique  $f$  est  $T$ -périodique alors  $kT$  est aussi un période de  $f$  :

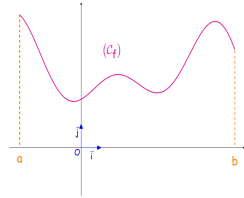
$$(\forall k \in \mathbb{Z}) (\forall x \in D_f) f(x + kT) = f(x).$$

### 2.1.8 Comparaison de deux fonctions numériques

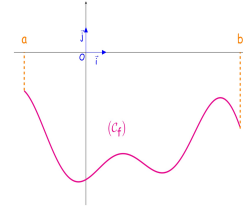
**Définition 2.9.** Soit  $f$  une fonction numérique,  $I$  un intervalle inclus dans  $D_f$  et  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

- On dit que la fonction  $f$  est positive sur  $I$ , si pour tout  $x$  de  $I$  :  $f(x) \geq 0$ .  
**Graphiquement**, la courbe  $(C_f)$  est située au-dessus de l'axe des abscisses.
- On dit que la fonction  $f$  est négative sur  $I$ , si pour tout  $x$  de  $I$  :  $f(x) \leq 0$ .  
**Graphiquement**, la courbe  $(C_f)$  est située au-dessous de l'axe des abscisses.

**Remarque.** S'il existe un réel  $a$  de l'intervalle  $I$  tel que  $f(a) = 0$ , alors la courbe  $(\mathcal{C}_f)$  coupe l'axe des abscisses au point des coordonnées  $(a; 0)$ .



La fonction  $f$  est **strictement positive** sur  $[a; b]$

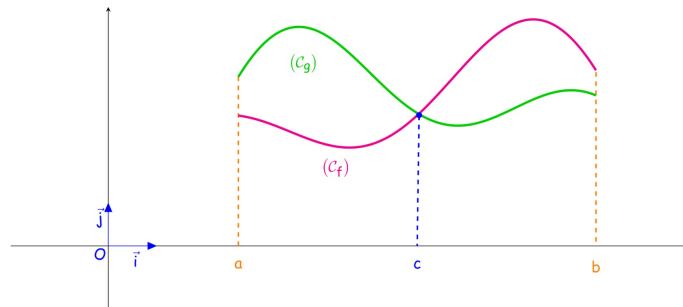


La fonction  $f$  est **strictement négative** sur  $[a; b]$

**Définition 2.10.** Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions définies sur même ensemble de définition  $D$ .

1. On dit que  $f$  est supérieure à  $g$  sur  $D$ , noté  $f \geq g$ , si pour tout  $x$  de  $D$  :  $f(x) \geq g(x)$ .  
**Graphiquement**, la courbe  $(\mathcal{C}_f)$  est située au-dessus de la courbe  $(\mathcal{C}_g)$ .
2. On dit que  $f$  est inférieure à  $g$  sur  $D$ , noté  $f \leq g$ , si pour tout  $x$  de  $D$  :  $f(x) \leq g(x)$ .  
**Graphiquement**, la courbe  $(\mathcal{C}_f)$  est située au-dessous de la courbe  $(\mathcal{C}_g)$ .

**Remarque.** S'il existe un réel  $c$  de  $D$  tel que  $f(c) = g(c)$ , alors les courbes  $(\mathcal{C}_f)$  et  $(\mathcal{C}_g)$  se croisent au point d'abscisse  $c$ .



- La fonction  $f$  est **inférieur à** la fonction  $g$  sur  $[a; c]$ .
- La fonction  $f$  est **supérieure à** la fonction  $g$  sur  $[c; b]$ .

**Exercice 2.10.** Soit  $f$  et  $g$  les deux fonctions définies sur l'intervalle  $]1; 5[$  par :  $f(x) = x - 1$  et  $g(x) = \frac{1}{x - 1}$

1. Montrer que la fonction  $g$  est positive sur  $]1; 5[$ .
2. Montrer que les courbes représentatives de  $f$  et  $g$  se croisent en un seul point dont on déterminera l'abscisse.

3. Montrer que  $f$  est supérieure à  $g$  sur l'intervalle  $]1; 5[$ .

### 2.1.9 Image direct d'un intervalle par une fonction numérique

**Définition 2.11.** Soit  $f$  une fonction numérique et  $I$  un intervalle inclus dans  $D_f$ . On appelle l'image de  $I$  par la fonction  $f$ , notée  $f(I)$ , l'ensemble des images  $f(x)$  des éléments  $x$  de  $I$  :

$$f(I) = \{y \in \mathbb{R} / y = f(x), x \in I\}$$

**Remarque.**

- ◇ Soit  $y$  un réel. On a :  $y \in f(I) \iff \exists x \in I, y = f(x)$ .
- ◇ On peut lire facilement l'image d'un élément  $a$  ou d'un intervalle  $I$  par une fonction  $f$  à partir de **la représentation graphique** ou du **tableau de variations** de  $f$ .

**Exercice 2.11.** On donne le tableau des variations, ci-dessous, d'une fonction définie sur  $[-4; 5]$  :

| $x$    | -4 | 0 | 4  | 5 |
|--------|----|---|----|---|
| $f(x)$ | 3  | 5 | -1 | 7 |

1. Déterminer  $f(0)$ ,  $f(4)$  et  $f(5)$ .
2. Déterminer l'image par  $f$  de chacun des intervalles  $[-4; 0]$ ,  $[0; 4]$  et  $[-4; 5]$ .

## 2.2 Composition de fonctions numériques

### 2.2.1 Composée de deux fonctions numériques

**Propriété 2.2.** Soit  $u$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  et  $v$  une fonction définie sur un intervalle  $J$  tel que  $u(I) \subseteq J$ .

On appelle la composée de  $u$  par  $v$ , notée  $v \circ u$ , est la fonction définie par :

$$(\forall x \in I)(v \circ u)(x) = v(u(x)).$$

**Remarque.**

- ◇ La notation  $v \circ u$  se lit "  $v$  rond  $u$  ".
- ◇ Le nombre  $v(u(x))$  est l'image de  $u(x)$  par la fonction  $v$ .

**Exercice 2.12.** Soit  $f$  et  $g$  les deux fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x + 1$  et  $g(x) = x^2 - 1$ .

1. Calculer  $(f \circ g)(3)$  et  $(g \circ f)(3)$ .
2. Donner l'expression de chacune des fonctions  $(f \circ g)$  et  $(g \circ f)$ .

### 2.2.2 Composition et monotonie

**Propriété 2.3.** Soit  $u$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  et  $v$  une fonction définie sur un intervalle  $J$  tel que  $u(I) \subseteq J$ .

1. Dans le cas où  $v$  est croissante sur  $J$ , on a :
  - a. Si  $u$  est croissante sur  $I$  alors la composée  $v \circ u$  est croissante sur  $I$ .
  - b. Si  $u$  est décroissante sur  $I$  alors la composée  $v \circ u$  est décroissante sur  $I$ .
2. Dans le cas où  $v$  est décroissante sur  $J$ , on a :
  - a. Si  $u$  est croissante sur  $I$  alors la composée  $v \circ u$  est décroissante sur  $I$ .
  - b. Si  $u$  est décroissante sur  $I$  alors la composée  $v \circ u$  est croissante sur  $I$ .

**Exercice 2.13.** Soit  $f$  la fonction définie sur  $I = [-1; +\infty[$  par :  $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$

1. 1. Déterminer deux fonctions  $u$  et  $v$  telles que pour tout  $x$  de  $I$  :  $f(x) = (v \circ u)(x)$ .
2. Dédurre le sens de variations de  $f$  sur  $I$ .

## 2.3 Représentation graphique de fonctions de référence

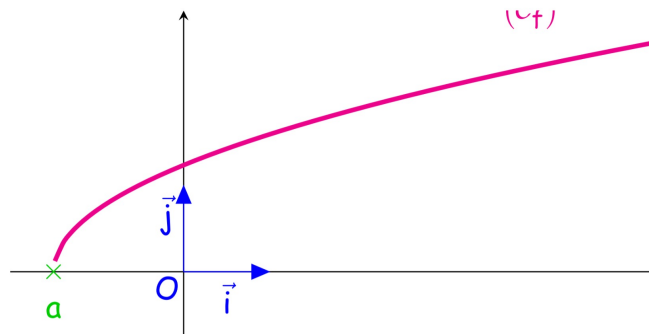
### 2.3.1 La fonction $x \mapsto \sqrt{x+a}$

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[-a + \infty[$  par  $f(x) = \sqrt{x+a}$ , où  $a$  est un réel.

1. 1. La fonction  $f$  est strictement croissante sur l'intervalle  $[-a + \infty[$ . Le tableau de variations de  $f$  est comme suit :

| $x$    | $-a$ | $+\infty$ |
|--------|------|-----------|
| $f(x)$ | 0    | $+\infty$ |

2. La courbe  $(C_f)$  est représenté dans un repère orthonormé de la façon suivante :



**Exercice 2.14.** Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions définies par :  $f(x) = \sqrt{x-1}$  et  $g(x) = \sqrt{x+1}$

1. Dresser le tableau de variations de chacune des fonctions  $f$  et  $g$ .
2. Tracer, dans un même repère orthonormée, la courbe représentative de chacune des fonctions  $f$  et  $g$ .
3. Étudier la position relative des courbes  $(C_f)$  et  $(C_g)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### 2.3.2 La fonction $x \mapsto ax^3$

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax^3$ , où  $a$  est un réel non nul, et soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

Cas :  $a < 0$

Tableau de variation

| $x$    | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|-----|-----------|
| $f(x)$ | $+\infty$ | $0$ | $-\infty$ |

$f$  est strictement décroissante sur  $\mathbb{R}$

## Représentation graphique

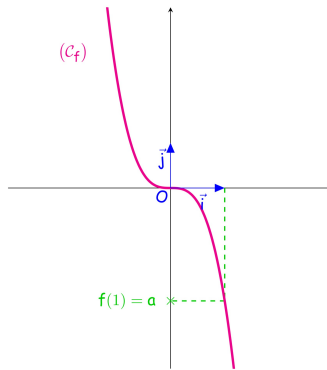
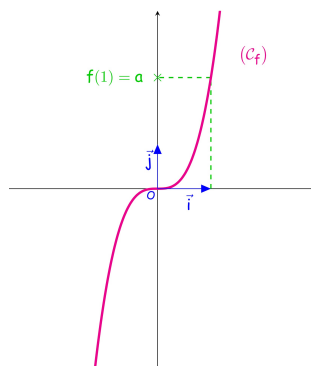
Cas :  $a > 0$ 

Tableau de variation

| $x$    | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|-----|-----------|
| $f(x)$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |

 $f$  est **strictement croissante** sur  $\mathbb{R}$ 

## Représentation graphique

**Exercice 2.15.** Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions définies par :  $f(x) = x^3$  et  $g(x) = 2x^3$ 

1. Dresser le tableau de variations de chacune des fonctions  $f$  et  $g$ .
2. Tracer, dans un repère orthonormée, la courbe de chacune des fonctions  $f$  et  $g$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### 2.3.3 la fonction partie entière $x \mapsto E(x)$

**Définition 2.12.** Soit  $x$  un nombre réel. On appelle la partie entière de  $x$ , notée  $E(x)$  ou  $[x]$ , le plus grand nombre entier  $n$  tel que  $n \leq x$ .

**Remarque.** Si  $n \leq x < n + 1$  alors  $E(x) = n$ .

**Exercice 2.16.** Déterminer la partie entière de chacun des nombre suivants :  $1, -1, 2.3, -9.1, \sqrt{2}, \frac{4}{3}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

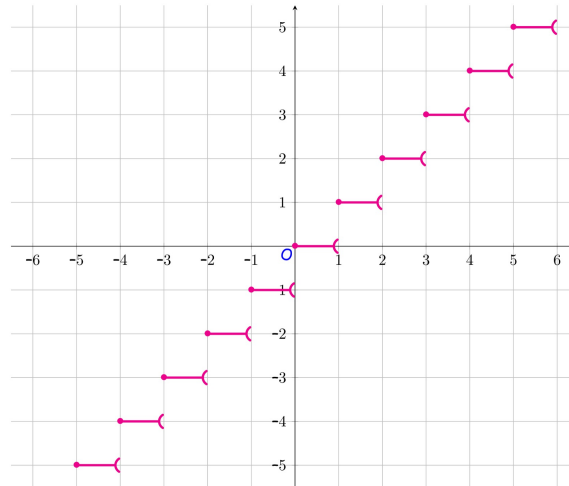
.....

.....

.....

**Propriété 2.4.** Soit  $x$  un réel et  $n$  un entier.

1.  $E(n) = n$ .
2.  $E(x) \leq x < E(x) + 1$ .
3.  $E(x + n) = E(x) + n$ .

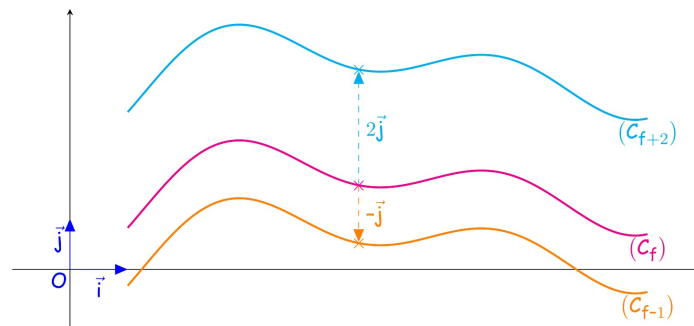


La fonction  $x \mapsto E(x)$  est constante sur  $[n; n+1[$ , où  $n$  est un entier

### 2.3.4 La fonction associée $f + k$

**Propriété 2.5.**  $k$  étant un réel non nul. Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  et  $(\mathcal{C}_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Les fonctions  $f$  et  $f + k$  ont le même sens de variations sur l'intervalle  $I$ .
2. La courbe représentative de  $f + k$  est l'image de la courbe  $(\mathcal{C}_f)$  par la translation de vecteur  $k\vec{j}$  (translation suivant l'axe des ordonnées).



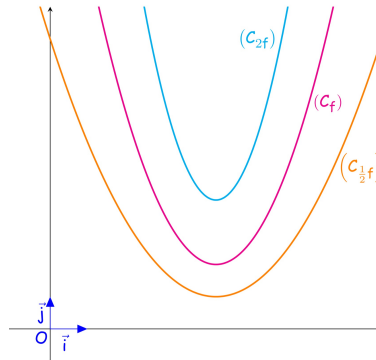
**Exercice 2.17.** Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-2; 2]$  par :  $f(x) = -\frac{1}{2}x^3$

1. Tracer, dans un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction  $f$ .
2. Établir le tableau de variation de la fonction  $x \mapsto f(x) + 2$ , puis tracer sa courbe.
3. Établir le tableau de variation de la fonction  $x \mapsto f(x) - 5$ , puis tracer sa courbe.

### 2.3.5 La fonction associée $kf$

**Propriété 2.6.**  $k$  étant un réel non nul. Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  et  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Si  $k > 0$  alors Les fonction  $kf$  et  $f$  ont le même sens de variations sur l'intervalle  $I$ .
2. Si  $k < 0$  alors Les fonction  $kf$  et  $f$  ont des sens de variations contraires sur l'intervalle  $I$ .
3. La courbe représentative de  $kf$  s'obtient en multipliant par  $k$  les ordonnées des point de la courbe  $(C_f)$  (contraction ou étirement).



**Exercice 2.18.** Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-2; 2]$  par :  $f(x) = -\frac{1}{2}x^3$

1. Tracer, dans un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction  $f$ .
2. Établir le tableau de variation de la fonction  $x \mapsto 2f(x)$ , puis tracer sa courbe.
3. Établir le tableau de variation de la fonction  $x \mapsto 3f(x)$ , puis tracer sa courbe.